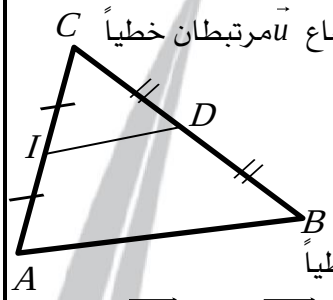
الارتباط الخطي لشعاعين:

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ (غير الصفريين)مرتبطان خطياً $\Leftrightarrow (AB)\,//\!/\,(CD)$

أي يوجد عدد حقيقي K يحقق $\overrightarrow{AB} = K \cdot \overrightarrow{CD}$

واصطُلح أن الشعاع الصفري وأي شعاع $\vec{u}$ مرتبطان خطياً

تدريب (1):



ABC مثلث ، I منتصف $[AC]$

D منتصف $[BC]$ أثبت أن

الشعاعين $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{ID}$ مرتبطان خطياً

وعيّن العدد الحقيقي K الذي يحقق: $\overrightarrow{ID} = K \cdot \overrightarrow{AB}$

علاقة شال: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

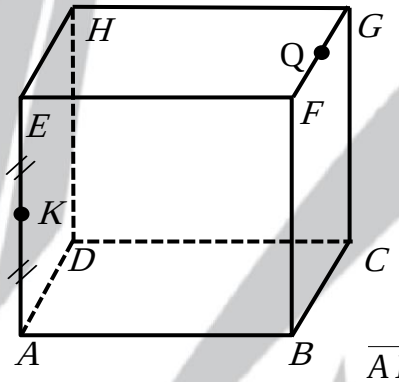
نتيجة علاقة شال: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$

تدريب (2):

في الشكل المجاور

$ABCDEFGH$

مكعب K منتصف $[EA]$



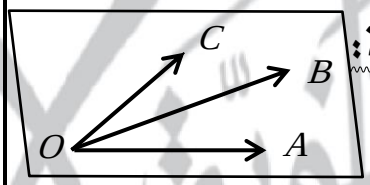
❶. عيّن النقطة M

التي تحقق العلاقة:

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FK}$

❷. اثبت صحة العلاقة: $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{EH}$

الارتباط الخطي لثلاثة أشعة:



تعريف: $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$

مرتبطة خطياً $\Leftrightarrow$ النقاط الأربع

O و A و B و C في مستوٍ واحد.

مبرهنة: إذا كان الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً فإن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ تكون مرتبطة خطياً إذا و فقط إذا وُجد عددان حقيقيان α , β يحققان العلاقة: $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$.

لاحـظ:

أنه إذا كان الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطياً و كان الشعاع $\vec{w}$ يقع مع أحد الشعاعين السابقين في مستوٍ واحد كانت الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً.

تدريب (3): في المكعب السابق

بفرض I منتصف $[EB]$ ، و Q منتصف $[FG]$

أثبت أن الأشعة الثلاثة: $\overrightarrow{IQ}$, $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{EF}$ مرتبطة خطياً.

- **تذكّر أنّ:**
- نظيم الشعاع $\vec{u}(x\ ,\ y\ ,\ z)$ هو

$$\left\|\vec{u}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- و طول القطعة المستقيمة $[AB]$ هو:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

- و مركبات الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هي:

$$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\ ,\ y_B - y_A\ ,\ z_B - z_A)$$

- وإحداثيات النقطة M منتصف القطعة $[AB]$ هي:

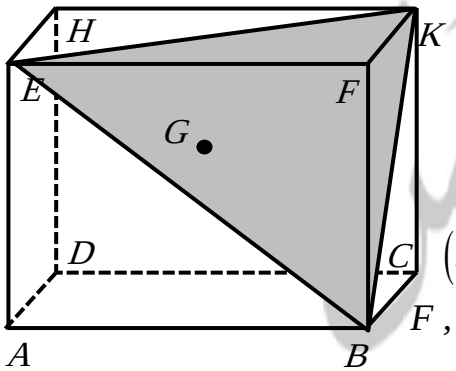
$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}\ ,\ \frac{y_A + y_B}{2}\ ,\ \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

- و إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC هي :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}\ ,\ \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\ ,\ \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

تدريب (4):

$ABCDEFKH$ متوازي مستطيلات



G مركز ثقل

المثلث EBK ،

أثبت تحليلياً

بعد اختيار المعلم

$(D, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DH})$

أنّ النقاط : $F\ ,\ G\ ,\ D$

على استقامة واحدة

تدريب (5): عيّن a و b كي تقع النقاط:

$C(a, b, 4), B(-1, 2, 3), A(2, 3, -1)$

على استقامة واحدة